

# Femtosekundenlaser

Praktikum für fortgeschrittene Physikstudenten

Gerhard G. Paulus, LMU München

## **Inhaltsverzeichnis**

<b>1</b>	<b>Einleitung</b>	<b>3</b>
<b>2</b>	<b>Pulsdauer, Bandbreite, Bandbreitebegrenzung</b>	<b>4</b>
<b>3</b>	<b>Gechirpte Pulse</b>	<b>6</b>
<b>4</b>	<b>Messung ultrakurzer Laserpulse</b>	<b>8</b>
<b>5</b>	<b>Dispersion von Glas und anderen optischen Materialien</b>	<b>10</b>
<b>6</b>	<b>Strecker und Kompressoren</b>	<b>11</b>
<b>7</b>	<b>Femtosekunden-Laseroszillator</b>	<b>13</b>
	7.1 Modenkopplung . . . . .	14
	7.2 Kerr-Linsen-Modenkopplung . . . . .	15
	7.3 Dispersionskontrolle . . . . .	15
<b>8</b>	<b>Aufgaben</b>	<b>17</b>

# 1 Einleitung

Seit jeher versuchen Wissenschaft und Technik, Geräte und Hilfsmittel zu entwickeln, um mit den menschlichen Sinnen nicht direkt wahrnehmbare Phänomene doch zu beobachten. Eine besonders bemerkenswerte Entwicklung ist bei der Verfolgung schnell verlaufender Vorgänge festzustellen. Spätestens seit Erfindung der Photographie ist die beste zeitliche Auflösung gleichzusetzen mit den kürzesten herstellbaren Lichtpulsen. Die Lasertechnologie hat dabei zu rasanten Fortschritten geführt, so dass heute die kürzesten Pulse nurmehr wenige Femtosekunden ( $1 \text{ fs} = 10^{-15} \text{ s}$ ) lang sind. Gleichzeitig hat die enorme zeitliche und die durch Fokussierung mögliche räumliche Konzentration der Lichtenergie zur Erzeugung von im wahrsten Sinne des Wortes astronomischen Feldstärken und Intensitäten geführt. Tatsächlich werden diese zur experimentellen Simulation von Vorgängen in Sternatmosphären genutzt. Weitere Anwendungen von Femtosekundenlasern reichen von der Mikroskopie, der Steuerung chemischer Reaktionen und der Erzeugung von Röntgenlaserpulsen bis zur Präzisionsmaterialbearbeitung. Binnen weniger als zehn Jahren ist so aus einer Erfindung/Entdeckung in einem Universitätslabor ein Milliardengeschäft geworden.

Ein kurzer Laserpuls bedingt ein breites Frequenzspektrum. Beispielsweise erfordert die Erzeugung von 5 fs kurzen Pulsen ein spektrale Breite von 300 nm und damit nahezu das gesamte sichtbare Spektrum. Allerdings ist die spektrale Breite nur eine notwendige, nicht aber eine hinreichende Voraussetzung zur Erzeugung kurzer Pulse. Vielmehr muss auch die Phasenbeziehung der beteiligten Farben korrekt sein. Diese und weitere Aspekte haben in den letzten Jahren einen neuen Zweig in der Optik entstehen lassen, die Femtosekundenoptik. Das Ziel dieses Praktikumsversuches ist es, eine "kurze" und "intensive" Einführung in die faszinierende Welt der Femtosekundenlaserei zu geben. Wenn Sie zum Einstieg einen allgemein verständlichen Text suchen, empfehle ich "Big Payoffs in a Flash" (Scientific American, Sept. 2000, Seite 55 bis 61).

Der Aufbau dieser Anleitung mag als unkonventionell empfunden werden: Der Femtosekundenlaser, der diesem Praktikum den Namen gibt, wird erst ganz zu Schluss vorgestellt. Davor wird die Ausbreitung und die Manipulation ultrakurzer Laserpulse und auch ihre Messung behandelt. Eine detailliertere Darstellung können Sie in einer ebenfalls auf unserer Web-Seite befindlichen Dissertation finden.

## 2 Pulsdauer, Bandbreite, Bandbreitebegrenzung

Eine notwendige – aber, wie gesagt, nicht hinreichende – Voraussetzung zur Erzeugung kurzer Pulse ist ein entsprechend breites Frequenzspektrum. Das elektrische Feld eines kurzen Laserpulses kann durch

$$\mathcal{E}(t) = \mathcal{E}_0(t) \cdot \cos(\omega t) \quad (1)$$

beschrieben werden. Der magnetische Anteil ist normalerweise vernachlässigbar und spielt für unsere Betrachtung keine Rolle.  $\omega$  ist die Laser-(Kreis-)Frequenz. Bei der für moderne Femtosekundenlaser typischen Zentralwellenlänge  $\lambda = 800 \text{ nm}$  erhält man  $f = \omega/2\pi = 375 \text{ THz}$ . Die optische Periodendauer  $T = 1/f$  beträgt entsprechend ca. 2.7 fs.

$\mathcal{E}_0(t)$  ist die zeitabhängige Amplitude und damit die Einhüllende des Pulses. Ihre zeitliche Breite (z.B. gemessen bei der Hälfte des Maximums, Halbwertsbreite, full-width half-maximum, FWHM) definiert die zeitliche Länge des Laserpulses. Stand der Technik sind Pulsdauern bis herunter zu 5 fs, d.h. der Puls hat innerhalb der Halbwertsbreite weniger als zwei optische Zyklen (Einzelzyklenpulse, few-cycle pulses). Die Einhüllende verändert sich also auf einer Zeitskala, die nicht wesentlich länger ist als die optische Periodendauer. Damit ist sofort klar, dass sich das zu einem solchen Puls gehörende Spektrum über einen erheblichen Teil des sichtbaren Spektralbereiches erstrecken wird.

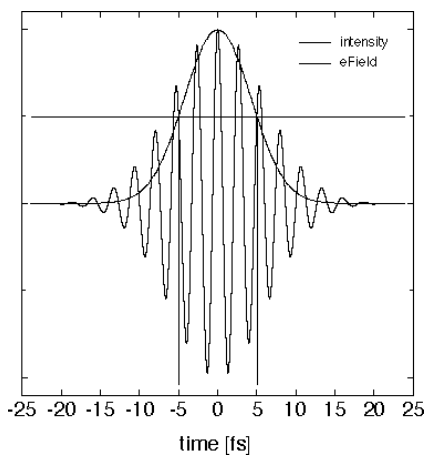


Abbildung 1: Elektrisches Feld als Funktion der Zeit eines 10 fs langen Pulses. Man beachte, dass sich die Angabe der Pulslänge stets auf die Intensität bezieht.

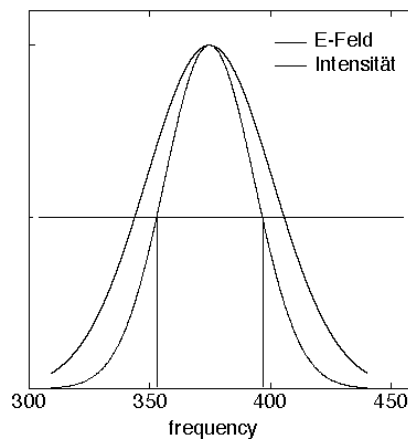


Abbildung 2: Spektrum des links gezeigten Femtosekundenpulses. Die Bandbreite beträgt  $\Delta\nu = 43.8 \text{ THz}$  ( $\Delta\lambda = 93.5 \text{ nm}$ ).

Wir wollen uns die Beziehung zwischen Pulsdauer und Frequenzspektrum am Bei-

spiel eines Pulses mit gaußförmiger Amplitude klar machen:

$$\mathcal{E}(t) = \mathcal{E}_0 \exp \left[ -2 \ln 2 \frac{t^2}{\Delta\tau^2} \right] \cos(\omega t). \quad (2)$$

Gemessen wird selbstverständlich nicht das  $\mathcal{E}$ -Feld, sondern die Intensität  $\mathcal{I}$ , die proportional zu  $\mathcal{E}^2$  ist. Für die Einhüllende erhalten wir

$$\mathcal{I}(t) = \mathcal{I}_0 \exp \left[ -4 \ln 2 \frac{t^2}{\Delta\tau^2} \right]. \quad (3)$$

$\Delta\tau$  ist die Pulsdauer (Halbwertsbreite, FWHM). Durch Fouriertransformation von  $\mathcal{E}(t)$  erhält man das Spektrum

$$\tilde{\mathcal{E}}(\nu) = \tilde{\mathcal{E}}_0 \exp \left[ -\frac{\pi^2 \Delta\tau^2 \nu^2}{2 \ln 2} \right] \quad (4)$$

Dass das Spektrum wie der Puls gaußförmig ist, ist eine spezielle Eigenschaft der Gaußfunktion bei der Fouriertransformation. Mit einem Spektrometer wird die Intensität gemessen:

$$\tilde{\mathcal{I}}(\nu) = \tilde{\mathcal{I}}_0 \exp \left[ -\frac{\pi^2 \Delta\tau^2 \nu^2}{\ln 2} \right] \quad (5)$$

Die Halbwertsbreite  $\Delta\nu$  des Spektrums, auch Bandbreite genannt, beträgt also  $2 \ln 2 / (\pi \Delta\tau)$ .

Aus dieser kurzen Rechnung folgt, dass das Produkt aus Pulsdauer und spektraler Breite, das sogenannte *Bandbreiteprodukt* eine Konstante ist.

$$\Delta\tau \cdot \Delta\nu = \frac{2 \ln 2}{\pi} = 0.4413. \quad (6)$$

Der Wert der Konstanten hängt von der Pulsform ab, 0.441 ist charakteristisch für gaußförmige Pulse. Die folgende Tabelle zeigt einige weitere Beispiele. Von besonderer Bedeutung sind übrigens  $\text{sech}^2$ -Pulse, da es diese Pulsform ist, die von fs-Lasern in mehr oder weniger guter Näherung erzeugt wird. Die Einhüllende des  $\mathcal{E}$ -Feldes dieser Pulse ist also ein Sekanshyperbolikus  $\text{sech}(t) = 1/\cosh(t) = 2/(\exp(t) + \exp(-t))$ . Seine Fouriertransformierte ist ebenfalls ein  $\text{sech}$ ,

$$\int_{-\infty}^{\infty} \text{sech}(t) \exp(2\pi\nu t) dt = \pi \text{sech}(\pi^2 \nu). \quad (7)$$

Das Bandbreiteprodukt eines  $\text{sech}^2$ -Pulses berechnet sich deshalb zu

$$\Delta\tau \cdot \Delta\nu = \frac{4 \cdot \text{arccosh}^2 \sqrt{2}}{\pi^2} = 0.3148. \quad (8)$$

Meines Wissens ist das das kleinste mögliche Bandbreiteprodukt.

Die Bedeutung des Bandbreiteproduktes kommt daher, dass das Spektrum eines fs-Lasers leicht messbar ist und so auf die Pulsdauer zurückgeschlossen werden kann. Der

entscheidende Punkt ist aber, dass das Bandbreiteprodukt nur sagt, wie kurz der Puls im besten Fall sein kann, aber nicht, wie kurz er tatsächlich ist. Ein Glühbirne hat eine spektrale Breite, die die meisten Femtosekundelaser weit übertrifft, trotzdem macht sie natürlich keine kurzen Pulse. Pulse, deren Bandbreiteprodukt dem theoretischen Limit entspricht, nennt man *bandbreitebegrenzt* (bandwidth limited).

### Fragen

- i Wie lang ist eine Femtosekunde? Suchen Sie Vergleiche.
- ii Was versteht man unter Bandbreiteprodukt.
- iii Wie kurz kann man einen Laserpuls machen, dessen Spektrum eine Halbwertsbreite hat, die dem halben sichtbaren Spektrum (ca. 400 bis 700nm) entspricht.

## 3 Gechirpte Pulse

In Gleichung (1) fehlt eine wichtige Abhängigkeit. Die Phase  $\phi$  der einzelnen Frequenzen hängt im Allgemeinen von der Frequenz ab:

$$\mathcal{E}(t) = \mathcal{E}_0(t) \cdot \cos(\omega t + \phi(\omega)). \quad (9)$$

Die Auswirkungen einer frequenzabhängigen Phase können dramatisch sein. Für eine systematische Betrachtung entwickeln wir  $\phi(\omega)$  in eine Taylorreihe um die Zentralfrequenz  $\omega_0$ ,

$$\begin{aligned} \phi(\omega) = & \phi|_{\omega=\omega_0} + \phi'|_{\omega=\omega_0} \cdot (\omega - \omega_0) + \frac{1}{2}\phi''|_{\omega=\omega_0} \cdot (\omega - \omega_0)^2 + \quad (10) \\ & + \frac{1}{6}\phi'''|_{\omega=\omega_0} \cdot (\omega - \omega_0)^3 + \frac{1}{24}\phi''''|_{\omega=\omega_0} \cdot (\omega - \omega_0)^4 + \dots, \end{aligned}$$

wobei  $\phi^{(n')} = d^n \phi / d\omega^n$  ist und üblicherweise in der Einheit  $\text{fs}^n$  angegeben wird.

Ohne nähere Begründung oder gar Beweis werden im Folgenden die Auswirkungen der Dispersion verschiedener Ordnung beschrieben.  $\phi(\omega_0)$  führt zu einer rein globalen Phasenverschiebung, die nur für äußerst kurze Pulse direkt beobachtbar ist. Auch  $\phi'(\omega_0)$  ist meistens belanglos, da es nur zu einer zeitlichen Verschiebung des Pulses führt, ohne seine Form zu beeinflussen. Die Verschiebung beträgt genau  $\phi'$ .  $\phi''(\omega_0)$  hat die Einheit  $\text{fs}^2$  und führt zu einer Pulsverbreiterung. Gaußförmige Pulse bleiben zwar gaußförmig, allerdings ändert sich die Halbwertsbreite gemäß

$$\Delta\tau' = \Delta\tau \cdot \sqrt{1 + 16(\ln 2)^2 \frac{(\phi'')^2}{\Delta\tau^4}}. \quad (11)$$

Der physikalische Grund der Pulsverbreiterung ist, dass die verschiedenen in einem ultrakurzen Puls enthaltenen Frequenzen verschiedene Gruppengeschwindigkeit haben. Für  $\phi'' < 0$  laufen die hohen Frequenzen den niedrigen voraus, für  $\phi'' > 0$  ist es umgekehrt. Im akustischen Bereich entspräche also  $\phi'' > 0$  dem Höreindruck "huuuuu" (up-chirp) und  $\phi'' < 0$  "hiiuuu" (down-chirp). Die momentane Frequenz eines Pulses

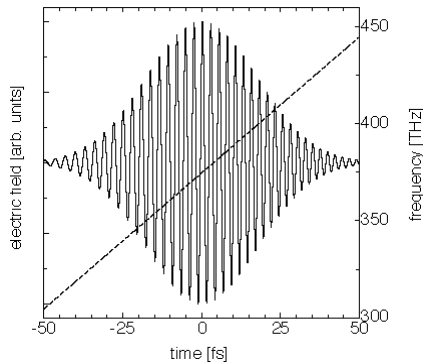


Abbildung 3: Elektrisches Feld desselben Pulses wie in 1 bzw. 2, nur dass hier eine Dispersion von  $\phi'' = 100 \text{ fs}^2$  hinzugefügt wurde. Man erkennt, dass die Frequenz am Anfang des Pulses niedriger als an seinem Ende ist. Die gestrichelte Linie zeigt die instantane Frequenz. Die Steigung ist durch  $m = (2\pi\phi'' + 1/[2 \cdot (2\Delta\nu)^4\phi''])^{-1}$  gegeben.

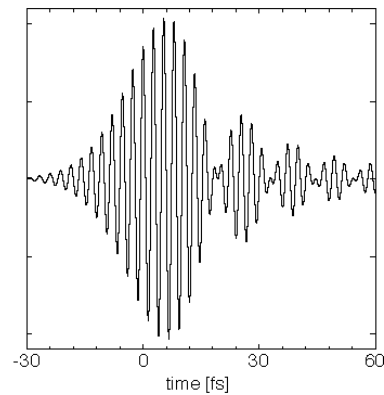


Abbildung 4: Dispersion dritter Ordnung (hier  $\phi'' = 0$  und  $\phi''' = 1000 \text{ fs}^3$ ) führt zu Vor- bzw. Nachpulsungen.

ändert sich also als Funktion der Zeit und zwar bei Dispersion nicht höher als zweiter Ordnung in linearer Weise

$$\nu(t) = \nu_0 + m \cdot t. \quad (12)$$

Für  $\phi'' \rightarrow \infty$  ist  $m = (2\pi\phi'')^{-1}$ , allgemein  $m = (2\pi\phi'' + 1/[2 \cdot (2\Delta\nu)^4\phi''])^{-1}$ . Bemerkenswert ist, dass demnach die Rate der Frequenzänderung für kleine und große Dispersionen klein ist und dazwischen ein Maximum erreicht.

Dispersion dritter Ordnung (third-order dispersion, TOD) führt zu einer nicht-linearen Frequenzabhängigkeit von der Zeit. Neben einer Pulsverbreiterung führt dies durch Interferenzeffekte zu Vor- ( $\phi''' < 0$ ) bzw. Nachpulsungen ( $\phi''' > 0$ ). Wie aufgrund der Taylorentwicklung nicht anders zu erwarten, wird die Pulsverbreiterung “normalerweise” durch den Term niedrigster relevanter Ordnung (also Dispersion zweiter Ordnung) bestimmt. Allerdings gibt es Möglichkeiten,  $\phi''$  zu kompensieren – für gewöhnlich für den Preis höherer Dispersion höherer Ordnung. Dann wird  $\phi'''$  die Pulsform bestimmen, bis auch dieses kompensiert wird, und  $\phi''''$  relevant wird usw.

Allgemein gilt, dass die Effekte nicht-linearer Dispersion umso gravierender sind, je kürzer die Pulse, d.h. je größer die spektralen Bandbreiten werden.

### Fragen

- i Wann spricht man von einem gechirpten Puls? Zeichnen Sie den Phasenverlauf für Chirps verschiedener Ordnung.

- ii Wie ändert sich die Pulsform für die oben gezeichneten Phasenverläufe?
- iii Zeichnen und diskutieren Sie die Pulsdauer als Funktion der Dispersion zweiter Ordnung.

## 4 Messung ultrakurzer Laserpulse

Femtosekundenlaserpulse sind wesentlich kürzer als die schnellsten Schaltzeiten, die die Halbleiterelektronik verwirklichen kann. Deshalb kann die Pulsdauer natürlich nicht mit einer Photodiode und einem Oszilloskop gemessen werden. Femtosekundenlaserpulse sind nicht nur einer der schnellsten technologisch verwirklichbaren Vorgänge, sie sind tatsächlich – in diesem Zeitbereich – auch die am einfachsten darstellbaren. Folglich ist es am einfachsten, den Femtosekundenpuls mit sich selbst zu vergleichen (“korrelieren”), man spricht von Autokorrelation.

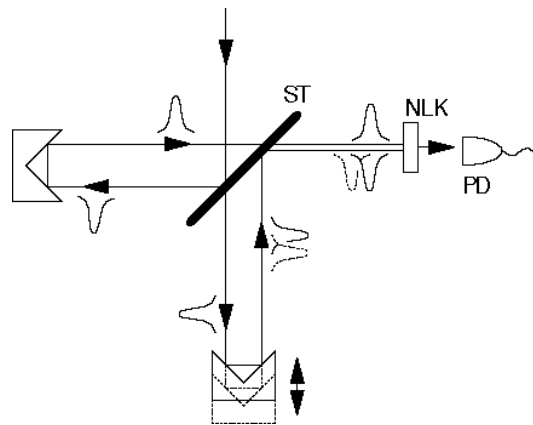


Abbildung 5: Prinzipskizze eines Autokorrelators: An einem Strahlteiler ST wird der Femtosekundenlaserpuls in zwei Replika geteilt, die zwei verschiedene Verögerungsstrecken durchlaufen. Eine dieser Strecken kann verlängert und verkürzt werden, so dass sich die am Strahlteiler wieder zusammengeführten Strahlen mehr oder weniger stark überlagern. Da die Effizienz der Frequenzkonversion im nichtlinearen Kristall NLK vom Grad der Überlagerung der Pulse abhängt, kann man den Puls mit sich selbst abtasten, indem man die Intensität des frequenzverdoppelten Lichtes mit dem Photodetektor PD misst.

Technisch wird diese Aufgabe dadurch gelöst, dass man durch einen Strahlteiler zwei Replika des zu messenden Laserpulses herstellt, diese durch eine Verögerungsstrecke laufen lässt und am Strahlteiler wieder zusammenführt. Man hat also einen an ein Michelson-Interferometer erinnernden Aufbau. Durch Verkürzung und Verlängerung einer der beiden Verögerungsstrecken tastet sich der Puls selbst ab. Normalerweise fokussiert man den wiedervereinigten Strahl durch einen nichtlinearen Kristall und misst das von ihm abgestrahlte frequenzverdoppelte (blaue) Licht. Die Messkurve ist also die Intensität des blauen Lichtes als Funktion der Verschiebung eines der

beiden Spiegel. Zweckmäßigerweise lenkt man den Spiegel periodisch aus und stellt Spiegelauslenkung und Intensität des frequenzverdoppelten Lichtes auf einem Oszilloskop im XY-Betrieb dar, auf dem Oszilloskop wird so die Autokorrelationskurve direkt dargestellt.

Das Funktionsprinzip ist leicht zu verstehen: Wenn der Längenunterschied  $\Delta x$  der beiden Verzögerungsstrecken wesentlich größer als (die mit der Lichtgeschwindigkeit  $c$  multiplizierte) Pulsdauer ist, beide Pulse also räumlich getrennt sind, werden beide Pulse auch getrennt frequenzverdoppelt. Da die Konversionseffizienz des Verdoppelungskristalls quadratisch von der einfallenden Intensität abhängt, wird in diesem Fall wesentlich weniger blaues Licht erzeugt, als in dem Fall, in dem sich die Pulse perfekt überlagern, also beide Verzögerungsstrecken gleich lang sind. Die Breite der Autokorrelationskurve ist also ein Maß für die Pulsdauer, aber nicht identisch damit, sondern um einen von der Pulsform abhängigen Faktor länger.

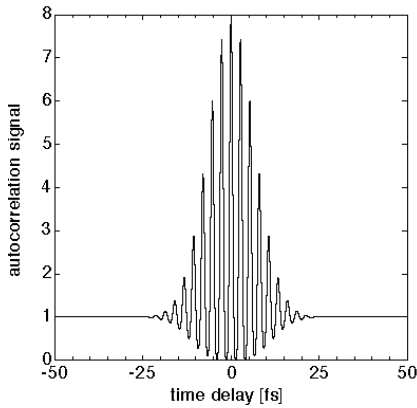


Abbildung 6: Interferometrische Autokorrelationskurve eines 10 fs langen Laserpulses, vergl. Abb. 1

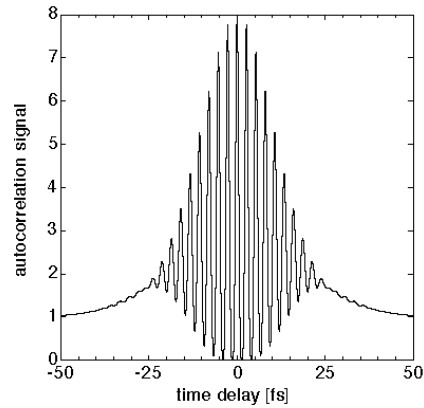


Abbildung 7: Interferometrische Autokorrelation desselben Pulses wie in Abb. 6, allerdings mit  $100 \text{ fs}^2$  Dispersion.

Maßgeblich ist natürlich weniger die Intensität als vielmehr das  $\mathcal{E}$ -Feld. Wie bei einem Michelson-Interferometer nicht anders zu erwarten, werden wir also auch Interferenzeffekte zu erwarten haben. Für eine Verzögerung  $\tau = 0$  ist die Interferenz natürlich konstruktiv, d.h. man erhält maximale Intensität am Photodetektor. Eine Verzögerung  $\tau = T/2$ , die  $\Delta x = \lambda/2$  entspricht, führt zu destruktiver Interferenz. Noch stärkere Verzögerungen führen alternierend zu konstruktiver und destruktiver Interferenz. Allerdings wird der Kontrast des Interferenzmusters immer kleiner je weniger sich die Pulse überlagern. Genau dieses Verhalten beobachtet man in Abb. 6. Die eigentümliche Form der Autokorrelationskurve ist leicht zu verstehen. Gemessen wird eine zu

$$\int_{-\infty}^{\infty} [\mathcal{E}(t) + \mathcal{E}(t + \tau)]^4 dt \quad (13)$$

proportionale Größe. Eine eingehende Betrachtung zeigt, dass die (normierte) Autokorrelationsfunktion zwischen 0 und 8 schwankt, bei  $\tau = 0$  einen Mittelwert von 3 und bei  $\tau \rightarrow \pm\infty$  einen Mittelwert von 1 hat.

Die Interferenzstruktur kann man auf verschiedene Weise weg mitteln. Man spricht dann von einer untergrundfreien Autokorrelation. Obwohl diese in vielen Fällen von Vorteil ist, muss doch betont werden, dass es eine ausgesprochen unangebrachte Geringerschätzung der Interferenzstruktur ist, sie als Untergrund zu bezeichnen. Der offensichtlichste Nutzen der Interferenz ist, dass sie die Kalibrierung der Zeitachse liefert.

Der von der Verzögerung abhängige Kontrast könnte dazu verführen, auf den nichtlinearen Prozess in Form der Frequenzverdopplung zu verzichten. Man bezeichnet das als Feldkorrelation. Ihr Nutzen ist sehr viel kleiner als das auf den ersten Blick erscheinen mag. Eine Feldkorrelation kann *nicht* zwischen gechirpten und bandbreitebegrenzten Pulsen unterscheiden. Sie liefert immer die Pulsbreite, die der Bandbreite entspricht. Damit leistet sie, zumindest was die Messung der Pulsdauer angeht, nicht mehr als das Spektrum selbst. Der Grund liegt darin, dass ein Chirp bedeutet, dass die Frequenzen eines Pulses zeitlich getrennt werden. Das führt einerseits zur Pulsverlängerung, andererseits aber dazu, dass nicht mehr alle Teile des Pulses mit maximalem Kontrast interferieren können. In Abb. 7 ist das an der Autokorrelation zu sehen.

Es sollte noch erwähnt werden, dass die Autokorrelation *keine* vollständige Charakterisierung des Pulses und damit keine Rekonstruktion des  $\mathcal{E}$ -Feldes zulässt. Deutlich wird dies schon daraus, dass die hier behandelte Autokorrelation zweiter Ordnung (d.h. Frequenzverdopplung als nichtlineares Element) stets symmetrisch ist und damit z.B. nicht zwischen Vor- und Nachpulsen unterscheiden kann. Mit Frequenzverdreifung wäre dies möglich, allerdings auf Kosten der Empfindlichkeit. Es gibt inzwischen aber eine Reihe von Möglichkeiten, die Pulsform komplett zu bestimmen.

### Fragen

- i Wie misst man die Pulsdauer im Femtosekundenbereich?
- ii Was versteht man unter interferometrischer und was unter untergrundfreier Autokorrelation?
- iii Diskutieren Sie einige Nachteile der Autokorrelationsmethode.
- iv Warum braucht man den nichtlinearen Kristall im Autokorrelator?
- v Wie kalibriert man die Zeitachse eines Autokorrelators?

## 5 Dispersion von Glas und anderen optischen Materialien

Beim Durchgang eines Femtosekunden-Laserpulses durch ein Stück Glas der Dicke  $d$  wird dieser im Allgemeinen verbreitert. Ursache dafür sind die unterschiedlichen optischen Weglängen  $P(\lambda) = d \cdot n(\lambda)$  für die verschiedenen Wellenlängen, die zu einer wellenlängenabhängigen Phasenverschiebung  $\tilde{\phi}(\lambda) = 2\pi \cdot P(\lambda)/\lambda$  führen. Die Dispersion kann relativ leicht berechnet werden und es ergeben sich folgende Terme:

$$\phi'' = \frac{d^2\phi}{d\omega^2} = + \frac{\lambda^3}{2\pi c^2} \frac{d^2P}{d\lambda^2} \quad (14)$$

$$\phi''' = \frac{d^3\phi}{d\omega^3} = - \frac{\lambda^4}{4\pi^2 c^3} \left( 3 \frac{d^2P}{d\lambda^2} + \lambda \frac{d^3P}{d\lambda^3} \right) \quad (15)$$

$$\phi'''' = \frac{d^4\phi}{d\omega^4} = + \frac{\lambda^5}{\pi^3 c^4} \left[ \frac{3}{2} \frac{d^2P}{d\lambda^2} + \lambda \frac{d^3P}{d\lambda^3} + \frac{\lambda^2}{8} \frac{d^4P}{d\lambda^4} \right] \quad (16)$$

Da der sichtbare Spektralbereich zwischen dem Energiebereich für elektronische und Vibrationsanregungen liegt, sind  $d^2n/d\lambda^2$  und  $d^3n/d\lambda^3$  für alle gebräuchlichen optischen Materialien bei  $\lambda = 800\text{nm}$  positiv bzw. negativ. Es ergibt sich, dass  $\phi''$  und  $\phi'''$  positiv sind. Im Übrigen ist  $n(\lambda)$  eine Materialeigenschaft, die in den meisten Fällen jedoch durch eine Sellmeierformel

$$n^2(\lambda) - 1 = \frac{B_1\lambda^2}{\lambda^2 - C_1} + \frac{B_2\lambda^2}{\lambda^2 - C_2} + \frac{B_3\lambda^2}{\lambda^2 - C_3} \quad (17)$$

genähert werden kann. Die Konstanten  $B_i$  und  $C_i$  sind in den Datenblättern der Hersteller optischen Glases (z.B. Schott, Mainz) zu finden. Mit den oben angegebenen Beziehungen lassen sich die Dispersionen verschiedener Ordnung dann leicht berechnen. Die folgende Tabelle führt einige gebräuchliche Gläser auf. Quartzglas hat die kleinste Dispersion, woraus sich seine Beliebtheit in der Femtosekundenoptik erklärt. Für spezielle Anwendungen sind jedoch auch die "schwereren" Gläser durchaus nützlich.

	$\phi''$ [fs <sup>2</sup> /mm]	$\phi'''$ [fs <sup>3</sup> /mm]	$\phi''''$ [fs <sup>4</sup> /mm]
Luft	0.019		
Quartzglas	36.2	27.5	-11.4
BK 7	44.7	32.1	-10.6
LaK L21	59.5	43.0	-13.6
SF 10	159.5	101.3	27.2
SF 59	293.6	189.4	81.6

### Fragen

- i Was passiert warum mit einem Femtosekundenpuls, der durch ein Stück Glas läuft?
- ii Wieviel Millimeter BK7- oder SF10-Glas ist erforderlich, um die Pulsdauer eines 20fs-Pulses zu verdoppeln.

## 6 Strecker und Kompressoren

Dispersion kann nicht nur durch optische Materialien erzeugt werden. Naheliegend ist insbesondere die Verwendung dispersiver optischer Elemente wie Prismen und Gitter. Diese brechen bzw. beugen die verschiedenen Wellenlängen in verschiedene Raumrichtungen. Durch einen passend gewählten Aufbau kann man erreichen, dass der

räumlich getrennte Weg der Strahlen verschiedener Wellenlängen unterschiedliche optische Weglänge hat und die Teilstrahlen den Aufbau am Ende wieder perfekt überlagert verlassen.

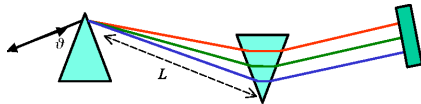


Abbildung 8: Prismenkompressor

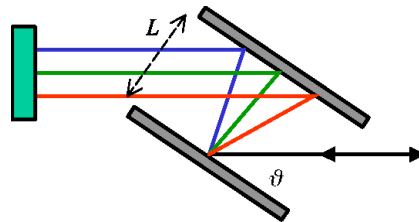


Abbildung 9: Gitterkompressor

Die in Abb. 8 und 9 gezeigten Anordnungen erzeugen einen Phasenverlauf  $\phi(\omega)$  mit negativer Krümmung, d.h. mit negativer Dispersion zweiter Ordnung. Die Dispersion ist umso stärker, je größer der Gitter- bzw. Prismenabstand ist. Beide eignen sich daher prinzipiell zur Kompensation von durch optische Materialien erzeugter Dispersion, man nennt sie daher Kompressoren. Prismen- oder Gitterpaare, die als Kompressoren genutzt werden sollen, müssen zweifach in entgegengesetzter Richtung durchlaufen werden, da die Farben nach einem Durchgang zwar parallel sind, nicht aber aufeinander liegen.

Die Vorteile von Gitter-Kompressoren sind die hohe Dispersion und die Möglichkeit, sehr große Gitter herzustellen. Beides ist bei sehr hohen Pulsenergien von entscheidender Bedeutung: Um die Intensität unterhalb der Zerstörschwelle zu halten, ist man gezwungen, lange Pulse und große Strahldurchmesser zu verwenden.

Prismenkompressoren haben dem gegenüber den Vorteil, kleinere Verluste zu verursachen. Das gilt insbesondere dann, wenn man Brewster-Prismen verwendet, d.h. Prismen bei denen der Ein- und Ausfallswinkel dem Brewsterwinkel entspricht. Soweit nur die Dispersion optischen Materials zu kompensieren ist, hinterlassen Prismenkompressoren weniger Dispersion dritter Ordnung. Das kommt daher, dass optisches Material stets TOD mit positiven Vorzeichen hat. Man kann sich davon überzeugen, dass Prismenkompressoren negative TOD erzeugen und damit der TOD des optischen Materials entgegen arbeiten. Leider ist es regelmäßig der Fall, dass ein Prismenkompressor, der die Dispersion zweiter Ordnung eines gegebenen Glasstückes kompensiert, dessen Dispersion dritter Ordnung überkompensiert, so dass der Puls am Ende negative TOD aufweist. Gitterkompressoren erzeugen positive TOD und verstärken damit die TOD optischen Materials.

Prismen-, insbesondere aber Gitterpaare kann man auch zum Verlängern von Pulsen einsetzen. Dazu wird zwischen die Prismen bzw. Gitter ein invertierendes Teleskop gebracht, vergl. Abb. 10. Ein solcher Aufbau wird Strecher genannt. Die Bezeichnungen "Strecher" und "Kompressor" sind natürlich Konvention: Wenn man einen bandbreitebegrenzten Puls in einen Strecher oder Kompressor schickt, wird er durch beide verlängert. Ebenso wird ein "Strecher" einen Puls mit negativer Dispersion zweiter Ordnung komprimieren. Die Bezeichnungen sind historisch bedingt. Aufgrund der in den Anfangstagen der Femtosekundenlaserei fast ausschließlich vorhandenen und da-



Abbildung 10: Wenn man zwischen ein Gitterpaar ein invertierendes Teleskop einbaut, kann es auch positive Dispersion zweiter Ordnung erzeugen. Konventionsgemäß spricht man dann von einem Strecher. Das hier gezeigte Beispiel zeichnet sich dadurch aus, dass die optischen Elemente jeweils einen Abstand von  $f$  haben, wobei  $f$  die Brennweite der Teleskoplinen (oder auch -spiegel) ist ( $4f$ -Aufbau). In diesem Fall verschwindet die Dispersion. In der Symmetrieebene (Fourierebene) hat man die Möglichkeit, die Amplitude und/oder Phase der spektralen Komponenten individuell zu manipulieren und so die Pulsform zu verändern.

bei stets positive Materialdispersion wurde alles als Kompressor bezeichnet, was negative Dispersion zweiter Ordnung produziert.

Wenn man Strecher und Kompressor symmetrisch aufbaut, kompensiert sich die Dispersion in allen Ordnungen, d.h. ein Puls verlässt die Strecher-Kompressor Anordnung so wie er hinein gekommen ist. Technologisch ist dies von nicht zu überschätzender Bedeutung, da man durch das Strecken des Pulses seine Intensität so weit verringern kann, dass die optischen Komponenten nicht beschädigt werden. Hochenergetische Femtosekundenpulse erzeugt man also dadurch, dass man einen schwachen Puls verlängert – Faktoren von  $10^5$  sind durchaus möglich –, dann mit einem optischen Verstärker auf hohe Energie bringt und ihn schließlich auf nahezu seine ursprüngliche Pulsdauer zurück komprimiert. Das Verfahren trägt den Namen “chirped-pulse amplification, CPA”. Die Verstärkung findet also zwischen dem Strecher und dem Kompressor statt. Im Vergleich zur gewaltigen Dispersion, die Strecker und Kompressor mit entgegengesetztem Vorzeichen erzeugen, ist die Materialdispersion des Verstärkers gewöhnlich fast vernachlässigbar, d.h. Strecker und Kompressor sind symmetrisch aufgebaut, so dass sich auch die Dispersionen höherer als zweiter Ordnung weitgehend kompensieren. Es sollte an dieser Stelle erwähnt werden, dass das Design und die Justage eines CPA-Systems die Beachtung einiger Details erfordert, die hier natürlich nicht behandelt werden können.

### Fragen

- i Wie kann man durch Chirp verlängerte Pulse wieder kürzer machen?
- ii Diskutieren Sie die Vor- und Nachteile von Prismen- und Gitterkompressoren.
- iii Was versteht man unter CPA.

## 7 Femtosekunden-Laserszillator

Wie schon ganz zu Anfang betont, ist zur Erzeugung kurzer Pulse ein entsprechend breites Spektrum erforderlich. Jeder Laser besteht aus einer Anordnung von im ein-

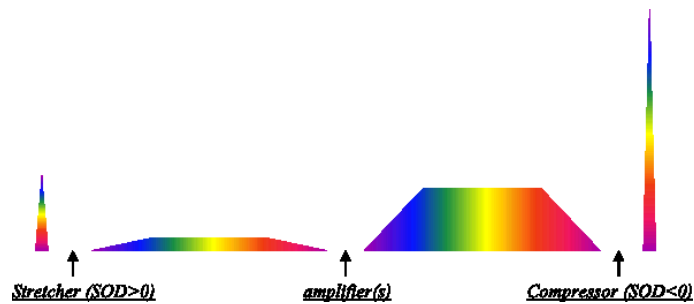


Abbildung 11: Verstärkung ultrakurzer Pulse: Der zu verstärkende Pulse wird gestreckt, dann verstärkt und schließlich wieder komprimert. Das Verfahren wird “chirped-pulse amplification, CPA” genannt.

fachsten Fall zwei Spiegeln, dem sogenannten Resonator, zwischen denen das Licht hin und her läuft. Im Resonator befindet sich ein Verstärkermedium, das durch stimulierte Emission die bereits im Resonator vorhandene Laserstrahlung verstärkt. Der Bau eines Femtosekundenlaser erfordert den Einsatz eines Verstärkermediums, das über ein breites Frequenzspektrum eine hohe Verstärkung aufweist. Eines der besten Materialien dafür ist Titan-Saphir, das ist mit Titan dotiertes Korund ( $\text{Al}_2\text{O}_3$ ). Die höchste Verstärkung weist es bei ca. 800 nm auf, so dass die Spektren von Titan-Saphir-Femtosekundenlasern dort normalerweise ihr Maximum aufweisen.

## 7.1 Modenkopplung

Im Resonator eines Lasers bilden sich stehende Wellen, die als *Moden* bezeichnet werden. Das Spektrum eines Lasers ist also nicht kontinuierlich, vielmehr kommen nur solche Frequenzen vor, die stehenden Wellen im Laserresonator entsprechen. Wenn der Resonator eine Länge von  $L$  hat, haben die Moden Frequenzen von  $\nu_n = c \cdot N / (2L)$ , wobei  $N$  die Anzahl der Knoten der stehenden Welle ist. Die Resonatorlänge liegt typischerweise im Bereich von einem Meter. Legt man eine Wellenlänge in der Größenordnung eines Mikrometers zu Grunde, so sieht man, dass die Moden in der Größenordnung von  $10^6$  Knoten haben. Die Frequenzen der Moden liegen also sehr dicht bei einander, tatsächlich entspricht ihr Frequenzabstand dem Kehrwert der Lichtlaufzeit im Resonator, also der Zeit, die ein Lichtpuls vom einen zum anderen Endspiegel und zurück braucht. Das bestimmt denn auch die Pulsrepetitionsrate des Lasers, sie liegt im Bereich von 100 MHz. Pro Sekunde verlassen also hundert Millionen Femtosekundenpulse den Laser. Für das menschliche Auge sieht das natürlich wie ein kontinuierlicher Strahl aus. Der Strahl besteht aber tatsächlich aus nur wenige Mikrometer dünnen Lichtscheibchen mit einem Durchmesser im Bereich von Millimetern. Der Abstand aufeinanderfolgender Lichtscheibchen beträgt etwa 3 Meter.

Die Frequenzen der Moden eines Resonators liegen sehr dicht beieinander. Aufgrund der großen Verstärkungs-Bandbreite des Ti:Saphirs schwingen zig-tausende von Moden an. Kurze Pulse verlangen nun “lediglich” noch eine feste (am Besten lineare) Phasenbeziehung zwischen den Moden. Die Phasen der Moden müssen also gekoppelt

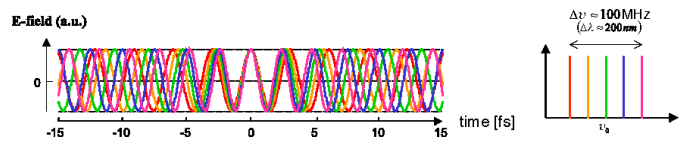


Abbildung 12: Kurze Pulse kann man dadurch erzeugen, dass man elektromagnetische Wellen verschiedener Frequenz (Moden) phasenstarr koppelt. Ist die Frequenzabhängigkeit der Phase der Moden linear, so interferieren für jeden Pulsumlauf im Resonator alle Moden für einen kurzen Moment konstruktiv, während sie sich ansonsten auslöschen.

sein. Man spricht deshalb von Modenkoppeln (mode locking).

## 7.2 Kerr-Linsen-Modenkopplung

Unter Kerr-Effekt wird die Änderung des Brechungsindex unter dem Einfluss eines elektrischen Feldes verstanden. Entsprechend ist der optische Kerr-Effekt die Änderung des Brechungsindex unter dem Einfluss (intensiver) Laserstrahlung, die man hier als periodisch sich änderndes elektrisches Feld beschreiben kann. Der Brechungsindex kann durch

$$n(I) = n_0 + n_2 \cdot I$$

beschrieben werden, wobei  $n_0$  der feldfreie Brechungsindex,  $n_2$  der nichtlineare Brechungsindex und  $I$  die Laserintensität ist.  $n_2$  liegt in der Größenordnung von einigen  $10^{-20} \text{m}^2/\text{W}$ , d.h. man benötigt Intensitäten über  $10^{10} \text{W}/\text{cm}^2$ , um eine merkliche Änderung des Brechungsindex zu erhalten.

Ein Laserstrahl ist normalerweise auf seiner Achse am intensivsten. Ein intensiver Laserstrahl wird deshalb beim Durchgang durch, sagen wir, Ti:Saphir den Brechungsindex auf der Strahlachse stärker ansteigen lassen als am Strahlrand. Damit wird die optische Weglänge für achsennahe Strahlen länger als für achsenferne. Das ist dieselbe Situation wie bei einer Sammellinse, der Strahl wird durch die sogenannte Kerr-Linse fokussiert. Da der Laserstrahl seine Fokussierung selbst verursacht hat, spricht man auch von Selbstfokussierung.

Modenkopplung durch Selbstfokussierung kann man sich in einem einfachen Bild wie folgt vorstellen: Der Resonator wird so aufgebaut, dass der kontinuierlichen Betrieb (wenn also keine Pulse produziert werden) instabil ist, aber durch ein zusätzliches fokussierendes Element stabil würde. Wenn der Laser nun Pulse erzeugt, wird die Spitzenintensität stark ansteigen. Die Pulse induzieren im Verstärkerkristall eine Kerr-Linse, so dass der modengekoppelte Betrieb im Gegensatz zum kontinuierlichen Betrieb stabil wird.

## 7.3 Dispersionskontrolle

Nachdem in einem Femtosekundenlaser offensichtlich Femtosekundenpulse erzeugt werden sollen, ist auch die Dispersionskontrolle von großer Bedeutung. Insbesondere ist die Dispersion von Saphir, bei sehr kurzen Pulsen oder sehr langen Resonatoren

auch die Dispersion von Luft zu kompensieren. Am einfachsten geschieht das mit einem Prismenpaar. Um die Dispersion dritter Ordnung gering zu halten, werden zumeist Quarzglasprismen verwendet. Eine andere Möglichkeit besteht in der Verwendung speziell beschichteter (“gechirpter”) Spiegel. Sie reflektieren die verschiedenen Farben in verschiedenen Tiefen der Beschichtung und erzeugen so pro Reflex eine gewisse Dispersion. Ein typischer Wert ist  $40 \text{ fs}^2$  pro Reflex.

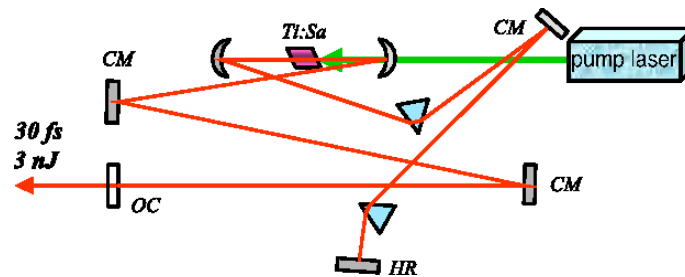


Abbildung 13: Femtosekundenlaser bestehend aus Pumplaser, Ti:Saphir-Kristall, gekrümmten Faltspiegeln, gechirpten Spiegeln (CM), Auskoppelspiegel (OC) und Endspiegel (HR).

### Fragen

- i Erklären Sie das Prinzip der Modenkopplung.
- ii Erklären Sie Selbstfokussierung.

## 8 Aufgaben

Zu Ihrer Verfügung stehen:

- i Femtosekundenlaser
- ii Spektrometer (computergesteuert)
- iii Autokorrelator mit Oszilloskop
- iv Laserspiegel mit Halterungen, Stativen etc.
- v Glasplatten verschiedener Dicke und verschiedenen Materials
- vi Prismen

Führen Sie damit die folgenden Experimente durch:

- i Justieren Sie den Autokorrelator mit Hilfe der Bedienungsanleitung so, dass Sie im interferometrischen Betrieb eine optimale Autokorrelationskurve erhalten. Wie lang sind die Laserpulse?
- ii Kalibrieren Sie die Zeitachse des Autokorrelators für untergrundfreien Betrieb und verwenden Sie diese Betriebsart für die folgenden Messungen.
- iii Verändern Sie die Pumplaserleistung in kleinen Schritten und untersuchen Sie das Verhalten von Spektrum, Pulsdauer und Bandbreiteprodukt. Notieren Sie auch die Ausgangsleistung des Femtosekundenlasers.
- iv Verschieben Sie das Prisma und untersuchen Sie wieder Spektrum, Pulsdauer und Bandbreiteprodukt.
- v Bestimmen Sie Dispersion der beiden Glassorten.
- vi Bauen Sie einen Prismenkompressor auf und kompensieren Sie die Dispersion einiger Glasblöcke. Beobachten Sie den erforderlichen Prismenabstand.